Capítulo 6

Componentes Simétricas

6.1 Introducción

Los sistemas de potencia, por razones económicas y técnicas son trifásicos simétricos, y en condiciones normales de operación, son trifásicos balanceados, es decir, sus fasores de tensión en cualquier punto poseen igual magnitud, sólo que desfasados, al igual que ocurre con la corriente.

En ocasiones, el sistema de potencia se ve expuesto a ciertos estados de operación que producen desbalances en el sistema; como las cargas asimétricas y las fallas asimétricas.

El estudio riguroso de circuitos eléctricos trifásicos en condiciones desbalanceadas, impide el uso del equivalente por fase, siendo imperativo la aplicación directa de las ecuaciones de Kirchoff, siendo esto un proceso que suele ser en función de la envergadura del circuito muy laborioso.

En el sistema de potencia, el análisis de las condiciones de operación desbalanceada, ha sido especialmente simplificado gracias a la aplicación de un artificio matemático, el cual permite la condición de desbalance sea estudiada en forma balanceada. Este particular método recibe el nombre de *Componentes Simétricas.*

El análisis mediante el empleo de componentes simétricas en los sistemas de potencia resulta especialmente útil, especialmente debido a que la mayor parte de las fallas en estos, son por condiciones asimétricas: cortocircuitos asimétricos, fallas asimétricas a través de impedancias o conductores abiertos.

6.2 Teoría de Componentes Simétricas

La resolución de sistemas de potencia balanceados resulta simple cuando es utilizado el análisis de equivalente por fase, esto se logra haciendo uso de la cualidad de simetría trifásica. En cambio, un sistema desbalanceado o balanceado con condiciones terminales desbalanceadas, no permite el uso de las mismas simplificaciones.

En los métodos antiguos de análisis de sistemas de potencia, se era necesario asignar símbolos a las cantidades en las tres fases y resolver el sistema como un todo, resultando complicado, hasta con la utilización de computadores digitales.
En el año de 1918, durante una reunión del *"American Institute of Electric Engineers"* (actual *Institute of Electric and Electronic Engineers*, IEEE), el investigador *C. L. Fortescue,* presentó un trabajo que hoy por hoy constituye una de las más poderosas herramientas para el estudio de sistemas polifásicos desequilibrados.

El trabajo realizado por C. L. Fortescue demuestra que un sistema desequilibrado de *n* vectores relacionados entre sí, puede descomponerse en *n* sistemas de vectores equilibrados denominados *Componentes Simétricas* de los vectores originales.

En un sistema eléctrico *n*-fásico, el trabajo de Fortescue establece que un conjunto de *n* fasores desbalanceados puede expresarse como *n*-1 sistemas de *n* fasores equilibrados de las *n* secuencias posibles y un sistema particular de fasores sin fase alguna.

Para mayor información consultar: *C. L. Fortescue, "Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Neworks", Transcations AIEE, vol 37, pág. 1027-1140,1918.*

6.3 Operador *a*

Una corriente o tensión sinusoidal con una frecuencia fija dada, queda caracterizada por solo dos parámetros, una amplitud y un ángulo de fase, la transformación fasorial o los fasores, es simplemente una representación en el dominio de la frecuencia de una variable eléctrica.

En los sistema polifásicos, (varias fases) existe un desplazamiento en el ángulos de fase entre cada uno de los fasores de tensión o corriente. En un sistema de *n*-fásico, cada fase se encuentra separada un ángulo equivalente a $2\pi/n$ = 360º/*n*, y en el caso particular del sistema trifásico la onda fundamental de cada una de las fases esta desplazada un ángulo equivalente a 120º eléctricos.

Un fasor es una cantidad compleja *Z*, que apoyada en la identidad de Gauss, puede ser interpretado como un radiovector que posee una magnitud $|Z|$ y ángulo $\angle\theta$ el cual gira a una velocidad angular constante ω.

$$Z = |Z|\angle\theta .$$

Si se realiza el producto de dos fasores $Z_1 = |Z_1|\angle\theta_1$ y $Z_2 = |Z_2|\angle\theta_2$, esto es equivalente a un fasor único, cuya magnitud es el producto de las magnitudes involucrados y su ángulo, es la sumatoria de las fases:

$$Z_{12} = |Z_{12}|\angle\theta_{12}$$

La unidad imaginaria $j = \sqrt{-1}$ en los números complejos es un operador que realiza un desplazamiento de fase de 90º la magnitud que afecte.

Se puede conocer el efecto del producto de un operador por un fasor, sea un fasor expresado por su magnitud y ángulo: $Z = |Z|\angle\theta$, entonces se puede escribir una serie de propiedades:

$$-1\times Z = |Z|\angle(\theta + 180^\circ)$$
$$(-j)\times Z = |Z|\angle(\theta - 90^\circ)$$

entre otras muchas más.

En el estudio de sistemas de potencia es común la multiplicación de cantidades fasoriales, y si se estudian sistemas trifásicos la presencia del defasaje de 120º es más que común.

El operador *a* se utiliza en el estudio de los sistemas de potencia para designar al operador que origina una rotación de 120º grados eléctricos en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj del fasor afectado. El operador **a** se especifica como un número complejo que en notación polar posee una magnitud igual a uno y un argumento de 120º.

$$a = 1\angle 120^\circ = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (1)$$

El operador *a* posee algunas propiedades como las siguientes:

$$-a = 1\angle -60^o = \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$a = 1\angle 120^o = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$a^2 = 1\angle 240^o = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$a^3 = 1\angle 360^o = 1 + 0j$$
$$a^4 = 1\angle 120^o = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} = a$$
$$1 + a \;\; = 1\angle 60^o = \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} = -a^2$$
$$1 - a \;\; = \sqrt{3}\angle -30^o = \frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$1 + a^2 = 1\angle -60^o = \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = -a$$
$$1 - a^2 = \sqrt{3}\angle 30^o = \frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$a + a^2 = 1\angle 180^o = -1 + j0$$
$$a - a^2 = \sqrt{3}\angle 90^o = 0 + j\sqrt{3}$$
$$1 + a + a^2 = 0 + j0$$

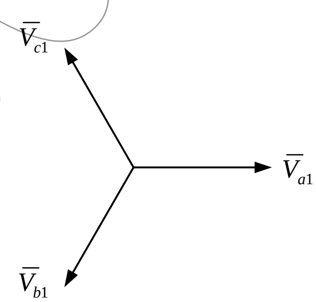
6.4 Componentes Simétricas de Tres Fasores Desequilibrados de un Sistema Trifásico

El método de componentes simétricas establecido por C. L. Fortescue se puede aplicar a sistema eléctricos polifásicos, pero en los sucesivo solo será restringido su uso a sistemas trifásicos, ya que en los grandes sistemas de potencia su naturaleza es de tres fases.

Como consecuencia del teorema de Fortescue, se establece que tres fasores desequilibrados de un sistema trifásico (V_a,V_b,V_c de secuencia *abc*), pueden descomponerse en tres sistemas de tres fasores equilibrados. Los tres sistemas equilibrados son:

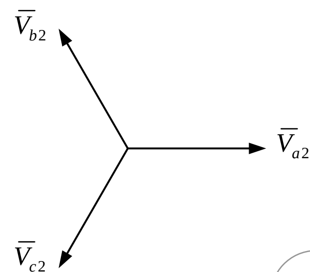
- *Componentes de Secuencia Positiva: constituidas* por tres fasores de igual magnitud y desplazados en un ángulo de 120º entre sí, y que poseen una secuencia igual a la original de los fasores.

Figura 1. Componentes de Secuencia Positiva



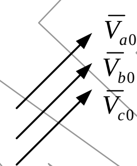
- *Componentes de Secuencia Negativa:* formado por tres fasores de igual magnitud y desfasados 120º entre sí, y con una secuencia de fases opuestas a las de los fasores originales.

Figura 2. Componentes de Secuencia Negativa



- *Componentes de Secuencia Cero:* esta formado por tres fasores de igual magnitud y una diferencia de fase nula.

Figura 3. Componentes de Secuencia Cero

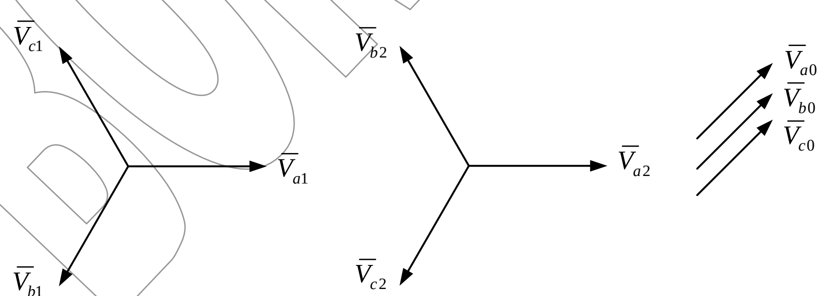


En el análisis de sistemas de potencias por el método de las componentes simétricas, es muy común designar las tres fases del sistema por las letras *a*, *b*, *c*, (o en el sistema europeo *r*, *s*, *t*) de tal manera que la secuencia de las variables de la red sea escrita como *abc*. Por tanto, las componentes simétricas de secuencia positiva tendrá secuencia *abc*, mientras que las componentes de secuencia negativa serán *acb*.

6.5 Sistemas de Fasores Asimétricos a partir de Componentes Simétricas

Suponga que son conocidos los componentes simétricos de tres fasores que se presumen desequilibrados (V_a, V_b, V_c). Es decir, se conocen las componentes de secuencia positiva: V_{a1}, V_{b1}, V_{c1}, las de secuencia negativa designadas por: V_{a2}, V_{b2}, V_{c2} y las de la secuencia cero: V_{a0}, V_{b0}, V_{c0}.

Figura 4. Componentes de Simétricas



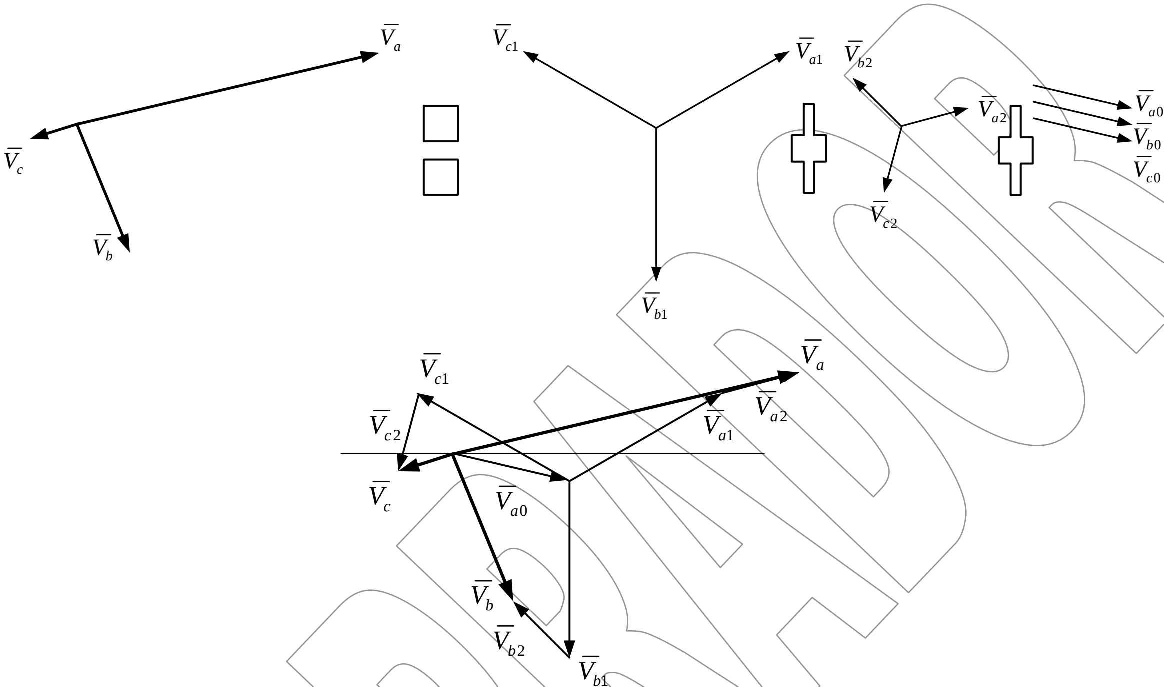
Entonces los tres fasores originales, V_a,V_b,V_c, pueden ser encontrados por dos métodos:

- *Analítico:* Se conoce que cada uno de los fasores desequilibrados originales es igual a la suma de sus componentes simétricas por el teorema de Fortescue, en general resulta:

$$
\begin{aligned}
V_a &= V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} \\
V_b &= V_{b0} + V_{b1} + V_{b2} \\
V_c &= V_{c0} + V_{c1} + V_{c2}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

- *Forma Gráfica:* constituye también la aplicación directa del teorema de Fostescue, pero de forma gráfica, es decir realizando la suma de los fasores de las componentes simétricas en un diagrama fasorial.

Figura 5. Ejemplo de Componentes Simétricas en Forma Gráfica

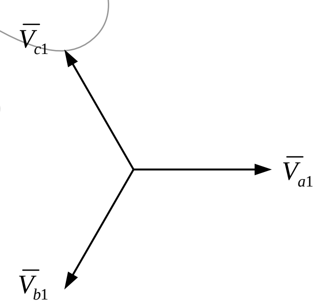


6.6 Componentes Simétricas en Función de los Fasores Asimétricos

Se examina la forma en que se puede descomponer tres vectores asimétricos en sus componentes simétricos. Se puede reducir el número de magnitudes desconocidas, expresando cada componente de V_b y V_c como un producto del operador **a** y un componente de V_a.

- *Componentes de Secuencia Positiva:*

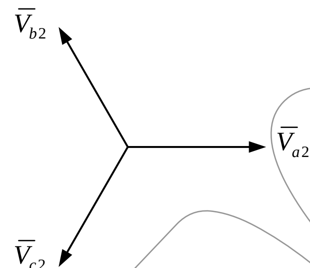
Figura 6. Componentes de Secuencia Positiva



$$
\begin{aligned}
V_{a1} &= V_{a1} \\
V_{b1} &= a^2 V_{a1} \\
V_{c1} &= a\ V_{a1}
\end{aligned}
\qquad (3)
$$

- *Componentes de Secuencia Negativa:* formado por tres fasores de igual magnitud y desfasados 120º entre sí, y con una secuencia de fases opuestas a las de los fasores originales.

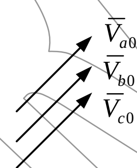
Figura 7. Componentes de Secuencia Negativa



$$
\begin{aligned}
V_{a2} &= V_{a2} \\
V_{b2} &= a\ V_{a2} \\
V_{c2} &= a^2 V_{a2}
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

- *Componentes de Secuencia Cero*

Figura 8. Componentes de Secuencia Cero



$$
\begin{aligned}
V_{a0} &= V_{a0} \\
V_{b0} &= V_{a0} \\
V_{c0} &= V_{a0}
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

Se conoce que por el teorema de Fortescue, que los fasores desequilibrados son iguales a la suma de cada una de las componentes simétricas de donde resulta:

$$
\begin{aligned}
V_a &= V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} \\
V_b &= V_{b0} + V_{b1} + V_{b2} \\
V_c &= V_{c0} + V_{c1} + V_{c2}
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

sustituyendo en cada una de las ecuaciones (2) las equivalencias antes obtenidas (3) (4) (5):

$$
\begin{aligned}
V_a &= V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} \\
V_b &= V_{a0} + a^2 V_{a1} + a V_{a2} \\
V_c &= V_{a0} + a V_{a1} + a^2 V_{a2}
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

estas ecuaciones pueden ser re-escritas en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \tag{7}$$

siendo la matriz $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\mathbf{V}_{\mathbf{asim}} = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\mathbf{V}_{\mathbf{sim}} = \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \tag{10}$$

con la notación antes expuesta, se puede escribir:

$$\mathbf{V}_{\mathbf{asim}} = \mathbf{A}\mathbf{V}_{\mathbf{sim}} \tag{11}$$

$$\mathbf{V}_{\mathbf{sim}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{V}_{\mathbf{sim}} \tag{12}$$

Se puede comprobar fácilmente que:

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \tag{13}$$

Sobre la base de esta transformación hecha, se pueden obtener los elementos de secuencia en función de los fasores desequilibrados, mediante las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} V_{a0} &= \frac{1}{3}\left[V_a + V_b + V_c\right] \\ V_{a1} &= \frac{1}{3}\left[V_a + aV_b + a^2 V_c\right] \\ V_{a2} &= \frac{1}{3}\left[V_a + a^2 V_b + aV_c\right] \end{aligned} \tag{14}$$

de las ecuaciones antes expuestas se demuestra que no existe componentes de secuencia cero si la suma de los tres fasores desequilibrados vale cero.

Ejemplo: La suma de tensiones en las líneas siempre es cero no importa el desequilibrio, por tanto dichas tensiones no presentan componentes de secuencia cero. En cambio la suma de las tensiones de fase puede no ser cero por lo que si presentan componentes de secuencia cero.

Las corrientes también pueden ser expresadas en función de las componentes simétricas, se puede reducir el número de incógnitas, colocando las corrientes en función del operador a y un componente de I_a, de manera tal que se puede escribir:

$$\begin{aligned} I_a &= I_{a0} + I_{a1} + I_{a2} \\ I_b &= I_{b0} + I_{b1} + I_{b2} \\ I_c &= I_{c0} + I_{c1} + I_{c2} \end{aligned} \tag{15}$$

utilizando los componentes simétricas, pueden ser re-escritas las ecuaciones:

$$\begin{aligned} I_a &= I_{a0} + I_{a1} + I_{a2} \\ I_b &= I_{a0} + a^2 I_{a1} + a I_{a2} \\ I_c &= I_{a0} + a I_{a1} + a^2 I_{a2} \end{aligned} \tag{16}$$

En forma matricial resulta:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \tag{17}$$

si se definen:

$$\mathbf{I_{asim}} = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \tag{18}$$

$$\mathbf{I_{sim}} = \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \tag{19}$$

con la notación antes expuesta, se puede escribir:

$$\mathbf{I_{asim}} = \mathbf{A I_{sim}} \tag{20}$$

$$\mathbf{I_{sim}} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{I_{asim}} \tag{21}$$

cuando se requiere conocer los elementos de secuencia en función de los fasores desequilibrados se pueden utilizar las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} I_{a0} &= \frac{1}{3}\left[I_a + I_b + I_c \right] \\ I_{a1} &= \frac{1}{3}\left[I_a + a I_b + a^2 I_c \right] \\ I_{a2} &= \frac{1}{3}\left[I_a + a^2 I_b + a I_c \right] \end{aligned} \tag{22}$$

- En el caso de una conexión estrella, con camino de retorno por neutro, la suma de las corrientes de línea, es igual a la corriente que circula por el neutro I_n. Por tanto:

$$I_n = I_a + I_b + I_c \tag{23}$$
$$I_n = 3I_0 \tag{24}$$

- Para la conexión estrella sin neutro, no existe camino de retorno en el sistema trifásico, I_n es cero y las corrientes de línea no contienen componentes de secuencia cero.

$$I_a + I_b + I_c = 0 \tag{25}$$

- En las cargas trifásicas en conexión delta, no se dispone de camino de retorno por el neutro, y por tanto, las corrientes que de línea que van a la carga delta no poseen componentes de secuencia cero.

6.7 Potencia en Función de las Componentes Simétricas

La potencia compleja transmitida por las tres líneas de un sistema trifásico, independientemente de su estado de operación puede ser expresado como:

$$S_t = S_a + S_b + S_c \tag{26}$$

$$S_t = V_a I_a^* + V_b I_b^* + V_c I_c^* \tag{27}$$

siendo las tensiones V_a, V_b y V_c, los voltajes de línea a neutro.

En notación matricial la potencia aparente del sistema trifásico puede ser expresada por:

$$S_t = \begin{bmatrix} V_a & V_b & V_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^*$$

$$S_t = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^*$$

una vez transpuesta la matriz de tensiones se puede escribir:

$$S_t = \left[\mathbf{V}_{\mathbf{asim}}\right]^T \mathbf{I}^*_{\mathbf{asim}} \tag{28}$$

se sabe que la tensión y la corriente pueden ser expresadas en función de sus componentes simétricas por:

$$\mathbf{I}_{\mathbf{asim}} = \mathbf{A}\mathbf{I}_{\mathbf{sim}} \tag{20}$$
$$\mathbf{V}_{\mathbf{asim}} = \mathbf{A}\mathbf{V}_{\mathbf{sim}} \tag{11}$$

sustituyendo en la ecuación de potencia aparente (25):

$$S_t = \mathbf{V}_{\mathbf{sim}}^{\mathbf{T}} \left[\mathbf{A}\right]^{\mathbf{T}} \left[\mathbf{A}\right] \mathbf{I}_{\mathbf{sim}}^{\mathbf{T}}$$

por propiedades de la matriz **A** resulta que $\left[\mathbf{A}\right]^T = \mathbf{A}$ resulta que:

$$\left[\mathbf{A}\right]^T \times \left[\mathbf{A}\right]^* = 3\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \qquad (29)$$

siendo **U** la matriz identidad, en donde la diagonal principal tiene valores no nulos iguales a uno, y el resto de los elementos de la matriz valen cero.

$$S_t = 3\mathbf{V}_{\mathbf{sim}}{}^{\mathbf{T}} \mathbf{I}_{\mathbf{sim}}{}^{*} \qquad (30)$$

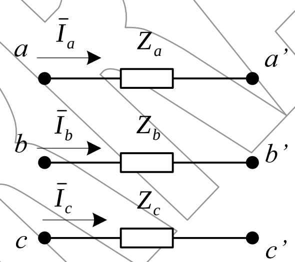
$$S_t = 3V_{a0} I_{a0}{}^{*} + 3V_{a1} I_{a1}{}^{*} + 3V_{a2} I_{a2}{}^{*} \qquad (31)$$

Esta expresión permite calcular el valor de la potencia aparente a partir de las componentes simétricas de las tensiones y corrientes de un sistema trifásico desequilibrado.

6.8 Impedancias Asimétricas en serie

En general dentro de los sistemas de potencia el sistema se encuentra equilibrado, y solo se desequilibran al producirse un fallo, sin embargo es interesante el análisis de componentes simétricas a sistemas trifásicos que constan de impedancias en serios desiguales, para establecer conclusiones muy particulares.

Figura 9. Impedancia Asimétrica Serie



Supóngase tres impedancias serie desiguales en cada una de las fases, y de valores Z_a, Z_b y Z_c, diferentes entre sí, además se supone que no existe acoplamiento magnético alguno entre las impedancias. Entonces la caída de tensión que experimenta cada impedancia puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} V_{aa'} &= Z_a I_a \\ V_{bb'} &= Z_b I_b \\ V_{cc'} &= Z_c I_c \end{aligned} \qquad (32)$$

en forma matricial resulta:

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{'bb} \\ V_{cc'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \qquad (33)$$

aplicando la descomposición en componentes simétricas para la tensión y la corriente:

$$\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a^2 & a\\ 1 & a & a^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{aa'0}\\ V_{aa'1}\\ V_{aa'2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Z_a & 0 & 0\\ 0 & Z_b & 0\\ 0 & 0 & Z_c\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_{a0}\\ I_{a1}\\ I_{a2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a^2 & a\\ 1 & a & a^2\end{bmatrix}$$

resulta:

$$\mathbf{V_{sim}} = \mathbf{A^{-1}ZAI_{sim}} \tag{34}$$

$$\begin{bmatrix}V_{aa'0}\\ V_{aa'1}\\ V_{aa'2}\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a & a^2\\ 1 & a^2 & a\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Z_a\left(I_{a0}+I_{a1}+I_{a2}\right)\\ Z_b\left(I_{a0}+a^2I_{a1}+aI_{a2}\right)\\ Z_c\left(I_{a0}+aI_{a1}+a^2I_{a2}\right)\end{bmatrix} \tag{35}$$

Si las tres impedancias series son iguales $Z_a = Z_b = Z_c = Z$, las ecuaciones se reducen a:

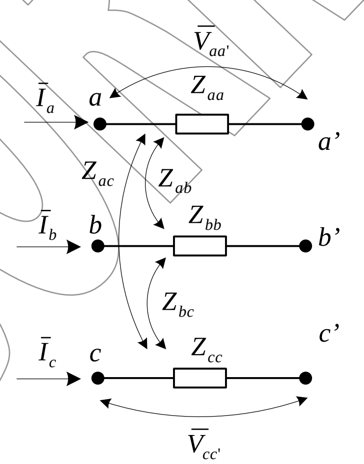
$$\begin{aligned}V_{aa'0} &= ZI_{a0}\\ V_{aa'1} &= ZI_{a1}\\ V_{aa'2} &= ZI_{a2}\end{aligned} \tag{36}$$

De lo antes expuesto se concluye que por cargas en estrella equilibradas o por impedancias serie equilibradas circulan los componentes simétricas de corrientes desequilibras. Las caídas de tensión originadas en estas impedancias son de igual secuencia, siempre que no exista acoplamiento magnético entre las impedancias.
Si las impedancias son desiguales se demuestra que la caída de tensión de cualquier secuencia es el resultado de las corrientes de las tres secuencias.

6.9 Componentes Simétricas en Línea de Transmisión

En las líneas de transmisión trifásica de potencia ocurre un fenómeno muy interesante, al circular corriente por un conductor genera un campo magnético intenso en el espacio que lo rodea, de manera que induce una tensión en las otras fases, estableciéndose un acoplamiento magnético caracterizado por una reactancia mutua.

Figura 10. Impedancia Serie de una Línea de Transmisión



Suponga una línea de transmisión con autoinductancia Z_{aa}, Z_{bb} y Z_{cc}, e impedancias mutuas Z_{ab}, Z_{bc} y Z_{ac}. La caída de tensión a lo largo de la línea de transporte viene dado por:

$$
\begin{aligned}
V_{aa'} &= Z_{aa}I_a + Z_{ab}I_b + Z_{ac}I_c \\
V_{bb'} &= Z_{ba}I_a + Z_{bb}I_b + Z_{bc}I_c \\
V_{cc'} &= Z_{ca}I_a + Z_{cb}I_b + Z_{cc}I_c
\end{aligned} \tag{37}
$$

en notación matricial, utilizando el concepto de matriz impedancia de la línea resulta:

$$
\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{'bb} \\ V_{cc'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \tag{38}
$$

si se asume la transposición completa de la línea de transmisión se cumple:

$$
\begin{cases} Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} = Z_p : \text{Impedancia serie} \\ Z_{ij} = Z_{ji} = Z_m : \text{Impedancia Mutua} \end{cases}
$$

$$
\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_p & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p \end{bmatrix} \tag{39}
$$

incluyendo la notación de matrices de impedancia resulta:

$$
\mathbf{Z}_{\mathbf{secuencia}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{Z}\mathbf{A} \tag{40}
$$

$$
\mathbf{Z}_{\mathbf{secuencia}} = \begin{bmatrix} (Z_p + 2Z_m) & 0 & 0 \\ 0 & (Z_p + 2Z_m) & 0 \\ 0 & 0 & (Z_p + 2Z_m) \end{bmatrix} \tag{41}
$$

entonces la caída de voltaje de la línea de transmisión puede ser expresada en función de los componentes simétricos a través de las ecuaciones:

$$
\begin{aligned}
V_{aa'0} &= (Z_p + 2Z_m)I_{a0} \\
V_{aa'1} &= (Z_p + 2Z_m)I_{a1} \\
V_{aa'2} &= (Z_p + 2Z_m)I_{a2}
\end{aligned} \tag{42}
$$

La hipótesis de que la línea de transporte se encuentra transpuesta, implica que las impedancia serie son iguales, de manera que la componentes de cualquier secuencia dan lugar a caída de tensión de igual secuencia; las corrientes de secuencia positiva, engendran solo caídas de tensión de secuencia positiva, las corrientes de secuencia negativa solo producen caídas de tensión de secuencia negativa, e igual ocurre con la secuencia cero.

NOTA: Si las impedancias no son balanceadas, no todos los elementos fuera de la diagonal principal de la matriz de $\mathbf{Z}_{\mathbf{secuencia}}$, serían cero, y por tanto una corriente de cierta secuencia producirá una caída de tensión de otra secuencia.

Un sistema en el que se presentan en las tres fases:

- Iguales impedancias serie.
- Iguales impedancias mutuas.

- Máquinas giratorias simétricas.
- Banco de transformadores simétricos.

se dice que el sistema es *simétrico.*

El elemento que hace asimétrico los sistemas de gran potencia son las líneas de transmisión, pero el hecho de suponer que se encuentran traspuestas las hace balanceadas, si el sistema se encuentra en operación normal.

Si ocurre una falla simétrica el sistema se transforma en desbalanceada solo en el punto de falla, pero el resto del sistema se considera balanceado.

6.10 Impedancia de Secuencia

La caída de tensión en una parte cualquiera de la red a la corriente de secuencia determinada, depende de la impedancia que presenta esa parte de la red a la corriente de secuencia considerada; además, la impedancia de una parte de la red a una cierta corriente de secuencia puede ser diferente a otra corriente de secuencia por lo que se define las *impedancias de secuencia.*

- *Impedancia de Secuencia Positiva (* Z_1 *o* Z^+*)*

$$Z_1 = Z^+ = \frac{V_{a1}}{I_{a1}} \tag{43}$$

La impedancia de secuencia positiva representa la impedancia de un circuito cuando circula corriente de secuencia positiva.

- *Impedancia de Secuencia Negativa (*Z_2 *o* Z^-*)*

$$Z_2 = Z^- = \frac{V_{a2}}{I_{a2}} \tag{44}$$

La impedancia de un circuito cuando por el circulan la corriente de secuencia negativa, recibe el nombre de impedancia de secuencia negativa.

- *Impedancia de Secuencia Cero (*Z_0*)*

$$Z_0 = \frac{V_{a0}}{I_{a0}} \tag{45}$$

Cuando existen en el circuito solo corriente de secuencia cero, la impedancia del circuito es llamada impedancia de secuencia cero.

6.11 Redes de Secuencia

El estudio de una falla asimétrica consiste en la determinación de los componentes simétricos de las corrientes desequilibradas que circulan. Las componentes de secuencia de la corriente dan lugar a caídas de tensión solamente en la misma secuencia, en un sistema equilibrado, entonces las corrientes de cualquier secuencia pueden considerarse circulando por una red independiente conformada exclusivamente por las impedancias a la corriente de tal secuencia.

La *red de secuencia* corresponde al circuito monofásico equivalente conformado por las impedancias a la corriente de una secuencia particular.

Dentro de los sistemas de potencias solo es plausible la existencia de tres tipos de redes de secuencia: red de secuencia positiva, red de secuencia negativa, red de secuencia cero.

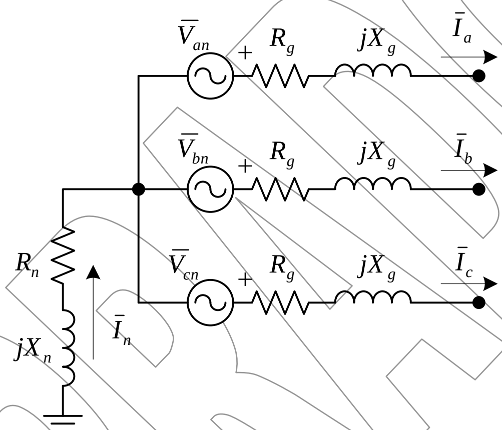
Las redes de secuencia incluyen las F.E.M de los generadores de igual secuencia.

Cada modelo de red se secuencia por donde circulan I_{a1}, I_{a2} e I_{a0}, se interconectan de una manera muy especifica que depende las diversas condiciones de fallas desequilibradas. En general el análisis de una falla por el método de componentes simétricas, es básicamente determinar las impedancias de secuencia e interconectarlas para formar las redes de secuencia.

6.12 Redes de Secuencia de un Generador Sincrónico en Vacío

Considérese un generador en vacío operando a condiciones nominales (impulsado a velocidad nominal, y la excitación tal que en terminales de la máquina aparece la tensión nominal), puesto a tierra su neutro a través de un reactor.

Figura 11. Circuito Equivalente de un Generador

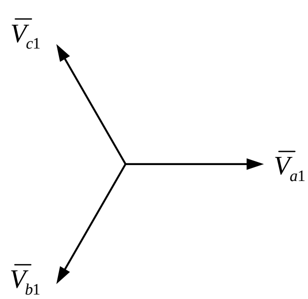


En el instante que acontece un cortocircuito, por las líneas del alternador circularan unas corrientes I_a, I_b e I_c. Si el cortocircuito implica un contacto con tierra, se producirá una circulación de corrientes por el neutro de la máquina, que se llamará I_n. En situación de falla una o dos corrientes de línea pueden tener un valor nulo, pero las restantes corrientes pueden descomponerse en sus componentes simétricas independientemente de lo desequilibrada que se encuentren.

- *Red de secuencia Positiva:*

Los generadores son diseñados solo para entregar tres tensiones balanceadas, por lo que las tensiones del son solo de secuencia positiva, entregando solo tensiones equilibradas de esa secuencia.

Figura 12. Componentes de Secuencia Positiva



$$V_{a0} = \frac{1}{3}\left[V_a + V_b + V_c\right] = 0$$
$$V_{a1} = \frac{1}{3}\left[V_a + aV_b + a^2V_c\right] = V_{an} \qquad (46)$$
$$V_{a2} = \frac{1}{3}\left[V_a + a^2V_b + aV_c\right] = 0$$

Notase que por lo antes expuesto, solo existen en un generador tensiones de secuencia positiva. En general para el generador, la red se secuencia positiva consta de una fuente de F.E.M. y una impedancia de secuencia positiva del generador.

Figura 13. Circuito Equivalente del Generador en Secuencia Positiva

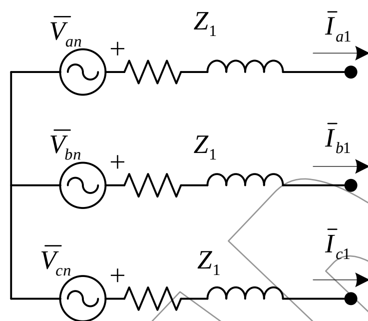
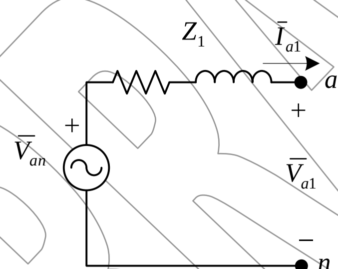


Figura 14. Modelo Equivalente de un Generador por Fase en Secuencia Positiva



Sea Z_1 las impedancias de secuencia positiva del generador.

La barra de referencia de la red de secuencia positiva es el neutro del generador, ya que no circula corriente a través de la impedancia de puesta a tierra de la máquina. (Neutro y tierra al mismo potencial).

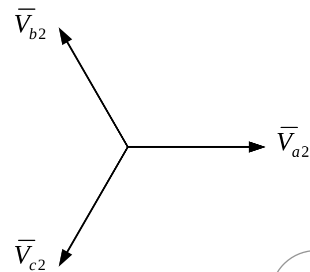
En la red de secuencia positiva, la F.E.M. es la tensión línea a neutro en el terminal sin carga, siendo igual a la tensión detrás de la reactancia subtransitoria y transitoria ya que el generador esta sin carga:

$$V_{a1} = V_{an} - Z_1 I_{a1} \qquad (47)$$

En función de las condiciones de estado del cortocircuito; la impedancia de secuencia positiva puede ser definida para régimen subtransitorio, transitorio o de régimen permanente.

- *Red de Secuencia Negativa:*

Figura 15. Componentes de Secuencia Negativa



La red de secuencia negativa para el generador sin carga, no posee F.E.M. y esta formada solo por las impedancias del generador que presenta a las corrientes de secuencia negativa. En secuencia negativa, la barra de referencia de la red también es el neutro del generador.

Figura 16. Circuito Equivalente de un Generador para Secuencia Negativa

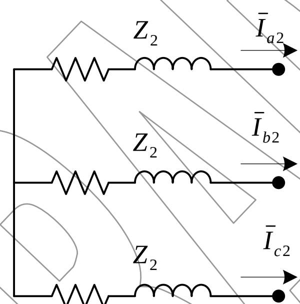
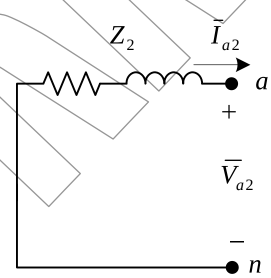


Figura 17. Modelo Equivalente por Fase del Generador Sincrónico para Secuencia Negativa



$$V_{a2} = -Z_2 I_{a2} \tag{48}$$

Z_2 es la impedancia de secuencia negativa del generador.

Las corrientes de secuencia negativa que circulan en el inducido producen un campo magnético giratorio que gira a en sentido contrario al rotor y por tanto producen corrientes de doble frecuencia en el circuito de excitación y en el devanado amortiguador, como las F.M.M producidas por las corrientes de secuencia negativa en el inducido cambia la dirección de la constante con relación a los ejes directos y de cuadratura, por lo que:

$$X_2 = \frac{\left(X''_d + X''_q\right)}{2}$$

X''_d: es la reactancia subtransitoria de eje directo.
X''_q: es la reactancia subtransitoria de cuadratura.

- *Redes de Secuencia Cero:*

El modelo de la red equivalente para el generador sin carga en secuencia negativa, no contiene F.E.M y esta constituido por las impedancias de secuencia cero del generador y la impedancia de puesta a tierra. La barra de referencia de esta red de secuencia en este caso es tierra.

Figura 18. Circuito Equivalente de un Generador en Secuencia Cero

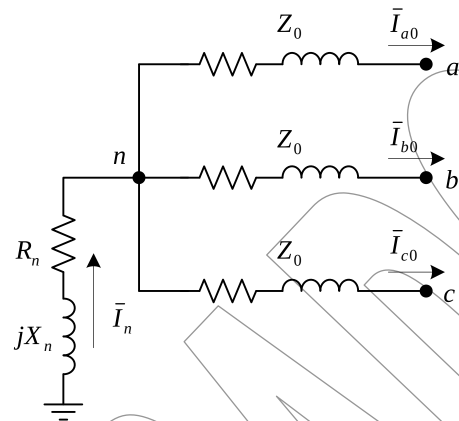
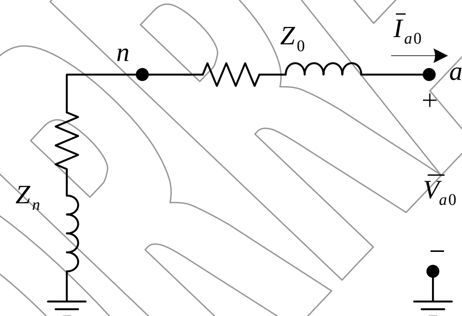


Figura 19.Modelo Equivalente por fase de un generador en Secuencia Cero



Z_0: es la impedancia de secuencia cero del generador.

$$V_{a0} = -(3Z_n + Z_0)I_{a0} \tag{49}$$

Si circulan solo corrientes de secuencia cero en el inducido de una máquina trifásica, en primer lugar, la corriente y la F.M.M. de una fase son un máximo al mismo tiempo que la corriente y la F.M.M en las otras fases. La distribución de las fases es tal que el eje de la F.M.M. máxima de una fase esta desfasada 120º eléctricos con respecto a las otras fases. Por tanto, si la F.M.M. producida por la corriente de cada fase es una distribución perfectamente senoidal en el espacio, una representación de la F.M.M. alrededor del inducido producirá tres ondas senoidales y la suma será cero en todos los puntos.

En la práctica esto no se cumple, existiendo un pequeño valor de la reactancia de secuencia cero del generador.

6.13 Determinación de la Impedancia de Secuencia Cero (Z_0)

El protocolo de ensayos del Instituto de Ingenieros Electricistas y Electrónicos (IEEE), establece que para obtener el valor de la impedancia de secuencia cero de los generadores, se hace girar el rotor a velocidad sincrónica, se cortocircuita el devanado de excitación, y se procede ha conectar los arrollados inducidos en serie con una tensión *E*, entonces: $Z_0 = {E}/{3I_{cc}}$.

6.14 Generador en Carga

Cuando el generador opera bajo carga y sucede una falla, la cual se desea analizar por componentes simétricas, se hace necesario cambiar la F.E.M. que aparece en la red de secuencia positiva por la tensión detrás de la reactancia subtransitoria, transitoria y sincrónica dependiendo del caso.

6.15 Defasaje de la Componentes Simétricas en Banco de Transformadores Estrella-Delta (Y-Δ)

En los transformadores trifásicos es común denotar los terminales de alta tensión por las letras H_1, H_2, H_3, mientras que los terminales de baja tensión X_1, X_2 y X_3. Los transformadores cuyos devanados son en conexión estrella-estrella (Y-Y) o delta-delta (Δ-Δ), las tensiones respecto al neutro de los terminales H_1, H_2, H_3 están en fase con las tensiones respecto al neutro de los terminales X_1, X_2 y X_3 respectivamente.

Las normas americanas para transformadores Y-Δ exigen que la caída de tensión de H_1 esté adelantada en 30º respecto a la caída de tensión de X_1 al neutro respectivamente, independientemente de que el devanado estrella (Y) o delta (Δ) correspondan al lado de alta o baja tensión. En las otras fases H_2-X_2 y H_3-X_3 se cumple lo anterior.

En los transformadores estrella-delta (Y-Δ) las tensiones de fase y línea en el primario no están en fase con las tensiones respectivas en el secundario. Debido a lo antes expuesto, las componentes simétricas de secuencia positiva y negativa no se encuentran en fase en ambos lados del transformador.

En algunos casos, no se requiere tener en cuenta la relación de fase a través del transformador, solo sea necesario la relación entre tensiones y corrientes a uno y otro lado del transformador.

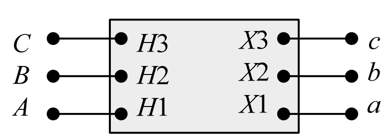
En aquellos casos en que se requiere la relación de fase a través del transformador se establece un procedimiento para su consideración.

Las relaciones de uno u otro lado del transformador dependen de la designación de las líneas conectadas al transformador, pudiendo ser:

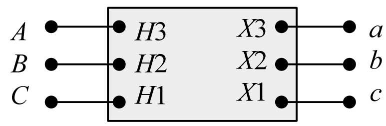
- ±30º
- ±90º
- ±150º

6.16 Conexiones de Transformadores Estrella Delta (Y-Δ), WESTINGHOUSE

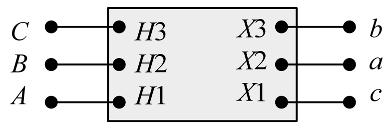
- E_{ag} atrasa a E_{AG} por 30º:



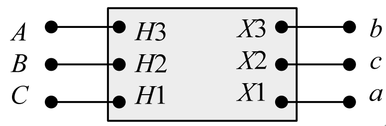
- E_{ag} adelanta a E_{AG} en 30º :



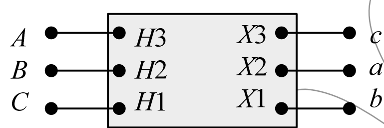
- E_{ag} atrasa a E_{AG} en 150º :



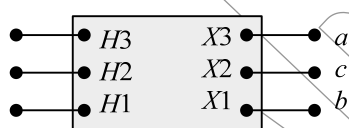
- E_{ag} adelanta a E_{AG} en 150º :



- E_{ag} atrasa a E_{AG} en 90º :

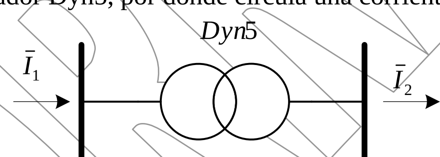


- E_{ag} adelanta a E_{AG} en 90º :

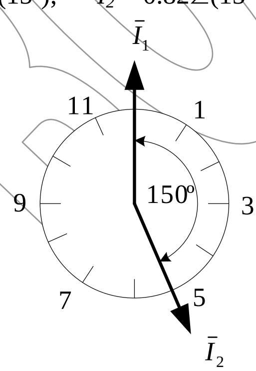


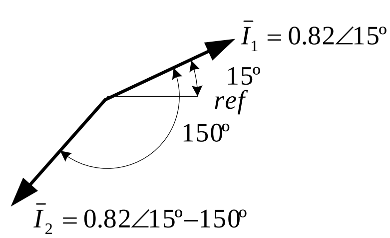
(1) En el caso de que sea necesario tomar en cuenta el defasaje a través de los transformadores Y-Δ se realizan las conexiones indicadas anteriormente.
(2) Los transformadores Y-Y ó Δ-Δ sus fases están conectadas de manera que el defasaje entre tensiones y corrientes en un lado al otro del transformador es 0 ó 180º.

Ejemplo: Considere un transformador Dyn5, por donde circula una corriente de I_1=I_2=0.82∠15º p.u.



como el transformador con defasaje, el ángulo de la corriente del primario al secundario se ve afectado, resultando: I_1 = 0.82∠(15º); I_2 = 0.82∠(15º-150º)





6.17 Redes de Secuencia de Transformadores de Dos Arrollados

Para el estudio de la representación circuital de los transformadores trifásicos se debe tener claro el concepto de circuito equivalente por fase de un sistema trifásico. Una representación circuital equivalente por fase de un sistema trifásico es un circuito eléctrico monofásico (generalmente identificado con la fase a, y representado a esta fase y una camino de retorno), tal que conociendo las tensiones y corrientes de este circuito monofásico es posible obtener cada una de las tensiones y corrientes del sistema trifásicos completo.

Al análisis de los modelos equivalentes para las diferentes conexiones trifásicos en la aplicación de la teoría de componentes simétricas, es prudente analizarlo al aplicar tensiones balanceadas de secuencia positiva, negativa y cero. Asumiendo una conexión físicamente simétrica, para poder obtener los circuitos equivalentes de secuencia positiva, negativa y cero.

A propósito del presente análisis no se considerará la corriente de excitación necesaria para magnetizar el núcleo y representar las pérdidas del hierro.

Un transformador trifásico puede estar constituido por tres transformadores monofásicos separados (cada uno con su propio núcleo) conectados entre si externamente, o bien, tratarse de una sola unidad con un núcleo trifásico de una sola pieza sobre el cual están montados todas las bobinas. Estos núcleos trifásicos se construyen de tal forma que las bobinas que corresponderían a un mismo transformador monofásico (de tratarse de unidades separadas) están montadas en una misma columna y atravesadas, por lo tanto, por el mismo flujo en el hierro. Se construyen principalmente dos tipos de núcleos trifásicos, el correspondiente al denominado tipo acorazado (*shell type transformer*) y el denominado transformador tipo núcleo (*core type transformer*). El comportamiento de las unidades trifásicas para tensiones y corriente balanceadas de secuencia positiva o negativa es básicamente el mismo que el de un banco de tres transformadores monofásicos separados. Esto es válido también en cuanto al comportamiento de un transformador tipo acorazado para cantidades de secuencia cero; pero para el caso de una unidad del tipo núcleo, el comportamiento es un poco diferente.

El procedimiento de análisis Para determinar los circuitos equivalentes por fase para cantidades de secuencia positiva, negativa y cero de transformadores trifásicos es:

1. Cada uno de los transformadores monofásicos que constituye el transformador trifásico se representa por su circuito equivalente visto desde los terminales de las bobinas.
2. Las conexiones entre transformadores monofásicos para formar un banco trifásico se representaran circuitalmente efectuando estas mismas conexiones entre los terminales de los circuitos equivalente de cada unidad.
3. Una vez obtenida la representación circuital de las conexiones del banco trifásico, se le aplican a uno de los lados del banco tensiones de secuencia positiva, negativa y cero, según la red de secuencia que se este determinando. El otro lado del banco se considera conectado a un banco de impedancias simétricas balanceadas con neutro conectado a tierra (esta última condición solo es necesaria en el caso de la red de secuencia cero), de modo de que pueden fluir por las líneas corrientes de la secuencia que se estudia.
4. Asumiendo que la conexión del banco es simétrica, y que los tres transformadores monofásicos que la forman son idénticos, las corrientes que fluirán por el circuito trifásico serán solo de la secuencia correspondiente a las tensiones aplicadas.
5. De la relación entre tensiones y corrientes en este circuito trifásico se tratará de obtener un circuito equivalente por fase para las cantidades de secuencia correspondientes.

En los sistemas de gran potencia los transformadores trifásicos de potencia utilizado son de dos tipos:

- Banco trifásicos de tres unidades monofásicas.
- Unidades trifásicas: Tipo Núcleo (*Core*) hasta 50MVA, y Tipo Acorazado (*Shell*) hasta 400 MVA.

Los bancos trifásicos de tres unidades monofásicos fueron muy utilizados hasta el siglo XIX, su razón estriba en la factibilidad de disponer de un cuarto transformador de reemplazo en caso de la falla de alguna de las unidades monofásicas.

En la actualidad son más utilizados, en ciertas aplicaciones las unidades trifásicas debido a que son más económicas, eficaces y confiables.

Pese a la diversificación de las unidades trifásicas, existen gran cantidad de bancos trifásicos en lugar de transformadores trifásicos por razones de tamaño y peso (para grandes capacidades).

En los transformadores las impedancias de secuencia positiva y negativa son siempre iguales ya que el transformador no define ninguna secuencia.

Ejemplo: Valores típicos de impedancia de secuencia positiva para transformadores de dos arrollados de potencia son:

115-230 kV	7-12%
13.8 kV	2%

El circuito equivalente de secuencia cero de los transformadores y los parámetros del mismo dependen del tipo de conexión y del núcleo empleado.

- *Banco trifásico de tres unidades monofásicas:*

Debido a que el transformador no discrimina la secuencia de las tensiones aplicadas, el transformador presenta una impedancia dada a cualquier tensión aplicada. El flujo de cada fase cierra su camino de hierro de baja reluctancia, provocando que la impedancia de magnetización de secuencia cero del modelo equivalente sea elevada (por lo que se puede despreciar).

- *Unidades trifásicas:*

En una unidad trifásica los flujos de cada fase comparten caminos de un circuito magnético común. Al ser aplicadas tensiones de secuencias positivas o negativas la unidad se comporta diferente.

- *Unidad trifásica, tipo núcleo de 3 columnas:*

  Secuencia Positiva y Negativa:

  Al aplicar tensiones de secuencia positiva, ($\Phi_a + \Phi_b + \Phi_c = 0$); como el flujo esta confinada a las columnas de hierro, produce una reluctancia baja, que provoca una impedancia de magnetización lo suficientemente grande como para ser despreciada. Por lo antes expuesto, la rama Shunt de magnetización del transformador trifásico puede ser omitida en las redes de secuencia positiva y negativa.

  Secuencia cero:

  El ensayo de vacío muestra una diferencia substancial, $3\Phi_0$ debe cerrar un camino a través del aire (aceite o dieléctrico) y la cuba, produciendo una reluctancia elevada que desencadena en Z_{m0} es de valor muy bajo.

- *Unidad trifásica, tipo núcleo de 5 columnas:*

En este transformador trifásico se permite la circulación del flujo de secuencia cero, a través de las columnas adicionales, circulando el flujo por un camino del núcleo, con baja reluctancia pudiendo ser despreciada la impedancia de magnetización.

En estas condiciones, son aplicables los circuitos equivalentes de secuencia obtenidos para el banco trifásico de 3 unidades monofásicas.

- *Unidad Trifásica, tipo Acorazado:*

  Secuencia Positiva y Negativa:

  En este transformador trifásico el flujo de campo magnético esta confinado a los caminos de hierro, con una reluctancia baja que provoca una impedancia de magnetización muy alta que puede ser despreciada para secuencia positiva y negativa.

En el transformador acorazado, el devanado del centro se acostumbra arrollarse en sentido contrario para reducir el flujo en las secciones del núcleo entre devanados.

Secuencia Cero:

Para las tensiones de secuencia cero, todo el flujo de campo magnético esta confinado al camino de hierro con reluctancia baja, creando una impedancia de Z_{m0} de alto valor y que puede ser despreciada.

6.18 Tipos de Conexión en Transformadores

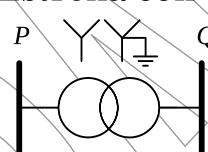
Las diversas combinaciones (en Y ó Δ) de los devanados primarios y secundarios de los transformadores afectan el circuito equivalente de secuencia cero.

La teoría de transformadores permite una forma de obtener el circuito equivalente de secuencia cero considerando básicamente dos aspectos:

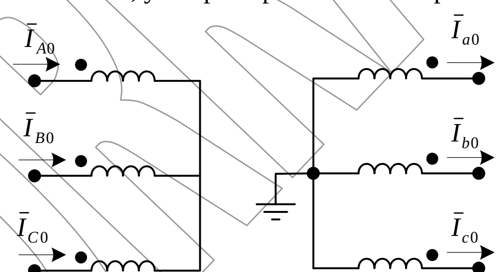
- Si se desprecia la corriente de magnetización. Por el devanado primario no puede circular corriente a menos que circule corriente por el secundario.
- La corriente que circula por el primario está determinada por la corriente secundaria y la relación de transformación. Despreciando la corriente de magnetización.

NOTA: En las afirmaciones anteriores se desprecia la resistencia y corriente de magnetización del transformador.

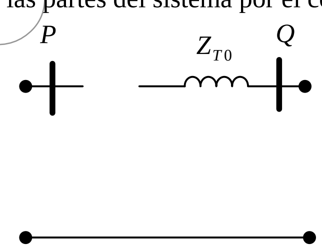
6.18.1. Conexión Estrella - Estrella con un Neutro a Tierra (Y-yn)



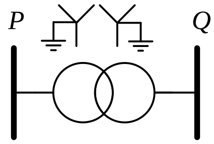
Debido a que uno de los lados del transformador en conexión estrella, *no posee neutro, no existe camino de circulación de corrientes de secuencia cero,* y tampoco pueden circular por el otro lado del transformador.



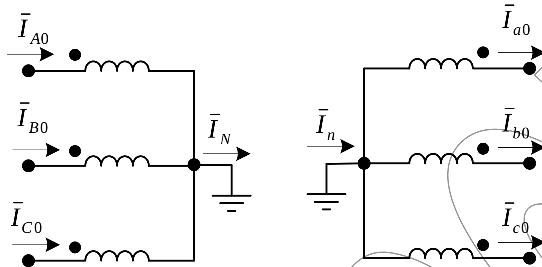
El transformador en conexión estrella-estrella aterrada (Y-yn) con un neutro a tierra, en secuencia cero, se comporta como un circuito abierto para las partes del sistema por el conectado.

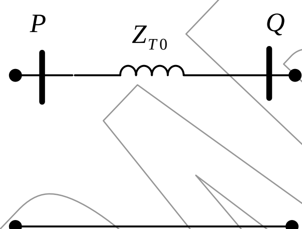


6.18.2. Conexión Estrella Aterrada -Estrella Aterrada (YN-yn)

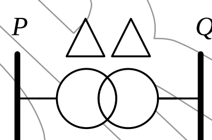


En este tipo de conexión por la presencia de los neutros, *pueden circular corrientes de secuencia cero por los devanados del transformador*. Entonces la red equivalente de secuencia cero para esta conexión del transformador, se representa por la impedancia de secuencia cero uniendo los puntos de conexión del sistema. (evidentemente donde esta conectado el transformador)

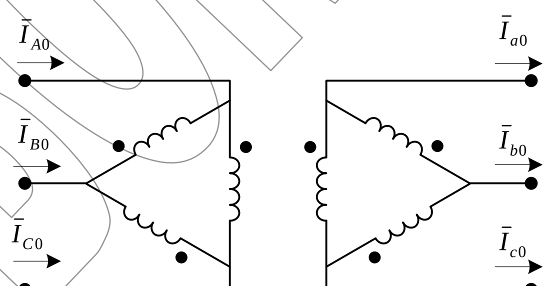




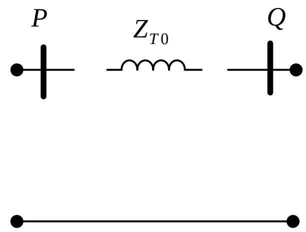
6.18.3. Conexión Delta-Delta (Δ-Δ)



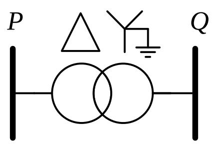
La conexión delta carece de un camino de retorno para las corrientes de secuencia cero (neutro), por lo que *no puede circular corrientes de secuencia cero por las líneas conectadas al transformador, pero si pueden circular corrientes se secuencia cero dentro de la delta.*



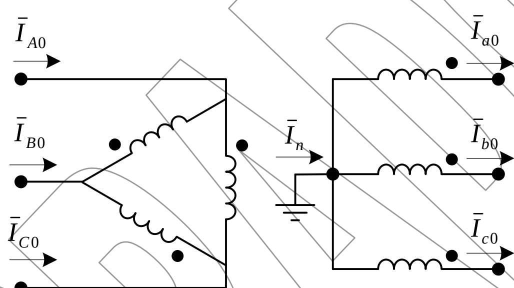
En consecuencia el modelo equivalente ante la secuencia cero del transformador en conexión delta-delta (DD) es un abierto en ambos lados.

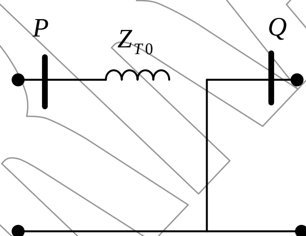


6.18.4. Conexión Estrella Aterrada – Delta (YN-Δ)

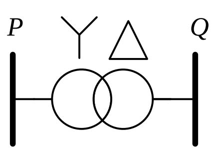


En la conexión estrella con neutro a tierra, permite la circulación de las corrientes de secuencia cero, y en el lado de la delta circulan solo las corrientes de dicha secuencia dentro de la delta, siendo un circuito abierto para las líneas, ya que por ellas no circulan corrientes de secuencia cero.

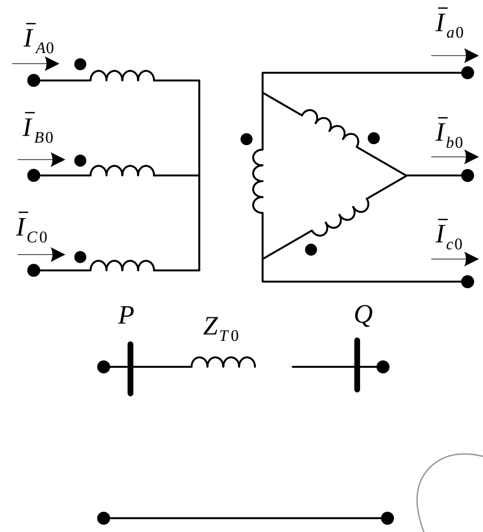




6.18.5. Conexión (Y-Δ) Estrella Aislada -Delta



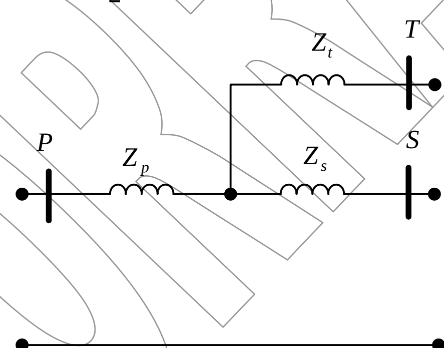
En la conexión Estrella Aislada - delta, no pueden circular corrientes de secuencia cero en ambos arrollados.



6.19 Redes de Secuencia para Transformadores de Tres Arrollados

En el transformador de tres devanados al igual que su homónimo de dos arrollados, las impedancias de secuencia positiva y negativa son iguales, debido a que ellos no definen ninguna secuencia; entonces se cumple que $Z^{+} = Z^{-}$, y se sigue cumpliendo:

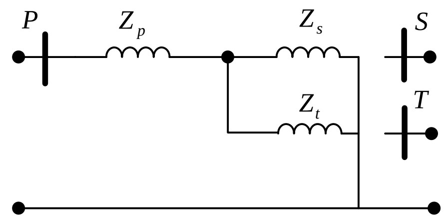
$$
\begin{aligned}
Z_p &= \frac{1}{2}\left[Z_{ps} + Z_{pt} - Z_{st}\right] \\
Z_s &= \frac{1}{2}\left[Z_{ps} + Z_{st} - Z_{pt}\right] \\
Z_t &= \frac{1}{2}\left[Z_{pt} + Z_{st} - Z_{ps}\right]
\end{aligned}
\tag{49}
$$



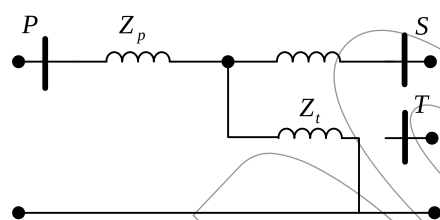
Redes de Secuencia Cero:

En los transformadores de tres arrollados, se cumple lo que se explicó en transformadores de dos arrollados, y por tanto se tiene que el equivalente de secuencia cero para el transformador depende de las conexiones internas de sus arrollados, presentando en cada caso un camino diferente de circulación de corrientes de secuencia cero.

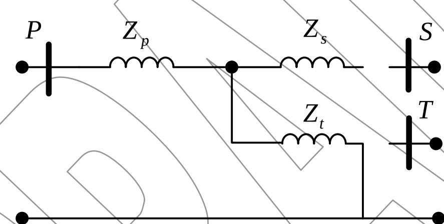
6.19.1. Estrella Aterrada – Delta – Delta



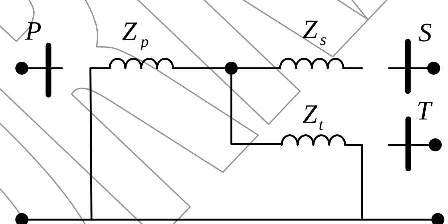
6.19.2. Estrella Aterrada – Estrella Aterrada – Delta



6.19.3. Estrella Aterrada – Estrella – Delta



6.19.4. Delta – Delta – Delta



6.20 Transformadores de Aterramiento

Los transformadores de aterramiento, son normalmente empleados con el objetivo de proporcionar una conexión a tierra en un sistema trifásico que de otra manera dispondría de un neutro aislado.

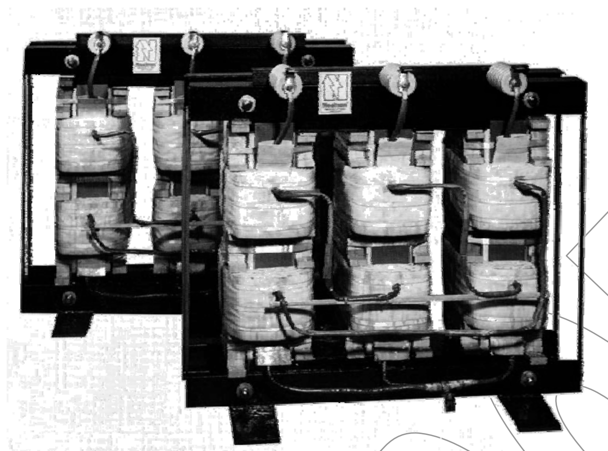
En condiciones normales de operación los transformadores de aterramiento no transmiten potencia, pero en condiciones desbalanceadas permiten la circulación de corriente hacia tierra.

Las conexiones más comunes para los transformadores de aterramiento son:

- Estrella-Delta (Y-Δ. EEUU).
- Zig-Zag (Europa).

El tamaño de los transformadores de aterramiento es pequeño y suele utilizarse en forma de unidades trifásicas, debido a que no son de trabajo continuo, y solo permiten circulación de corriente en condiciones anormales (desbalanceadas).

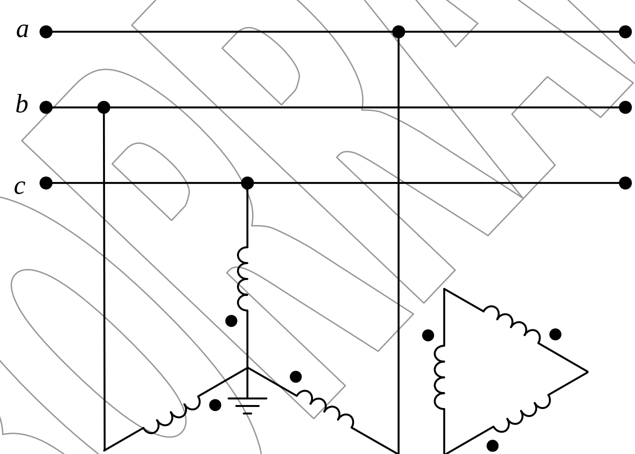
Figura 1. Transformador Zig Zag, 14.4 kV, Trifásico, 60 Hz, 40 Amp



6.20.1. Conexión de Transformador Estrella - Delta

Esta conexión parte de la idea, de conectar el primario del transformador en estrella a las líneas del sistema y el secundario se conecta en Delta, pudiendo ser conectada en abierto, pero el caso más general es utilizar una impedancia de neutro de la estrella y una impedancia de carga en la delta. Es caso común aterrar sólidamente el neutro de la estrella y pudiéndose usar o no una impedancia en la delta.

Figura 20. Transformador Estrella Delta



- *Circuito Equivalente de un transformador de puesta a tierra en Secuencia Positiva y Negativa*

En el transformador de aterramiento si las tensiones de las líneas son balanceadas de secuencia positiva o negativa no pueden circular corrientes por el transformador.

Un procedimiento para demostrar lo anterior, es reducción al absurdo, supóngase lo contrario, es decir, que por las ramas de la estrella circulan corrientes balanceadas de secuencia positiva; entonces por las ramas de la delta para que el flujo quede balanceado en el núcleo, tienen que circular corrientes en la delta de secuencia positiva. Por tanto se debe tener un mismo circuito serie con tres corrientes de distintas fases; esto por supuesto que es imposible.

En conclusión para un transformador de aterramiento en conexión estrella - delta, la representación para secuencia positiva y negativa es un circuito abierto.

- *Circuito Equivalente de Secuencia Cero*

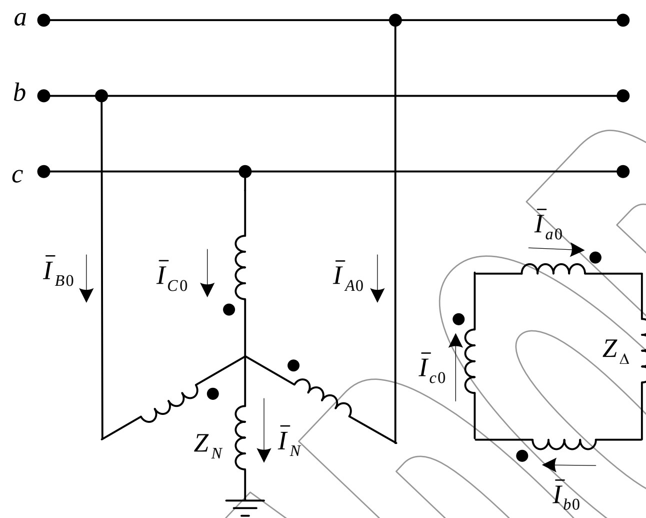
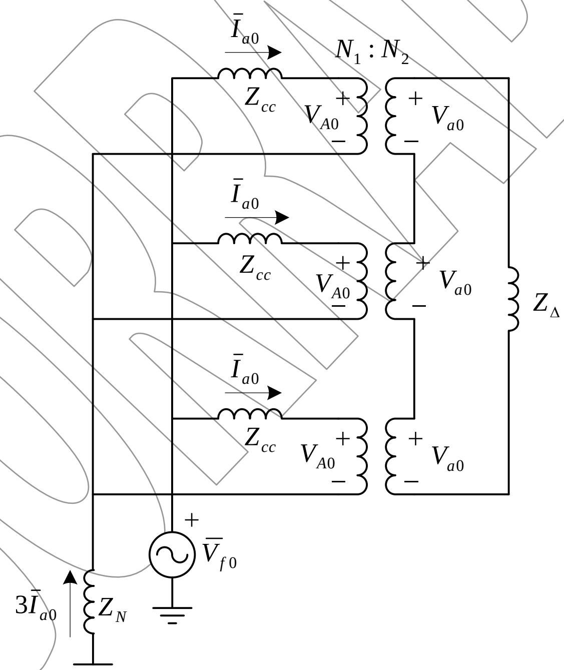


Figura 2. Representación en Secuencia Cero de Transformador de Aterramiento



En situación de desbalance, aparece una corriente de secuencia cero, la cual puede pasar a tierra por las bobinas de la estrella, siendo balanceadas magnéticamente por una corriente estacionaria en la delta.

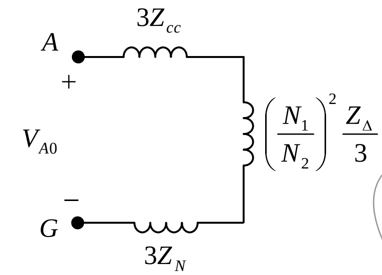
Del circuito se tiene:

$$V_f^* = Z_{cc} I_{A0} + V_{A0} + 3 I_{A0} Z_n \qquad (50)$$

$$3V_{a0} = I_{a0} Z_{\Delta}$$
$$V_{a0} = \frac{I_{a0} Z_{\Delta}}{3} \qquad (51)$$

Para la secuencia cero, el circuito equivalente por fase resulta:

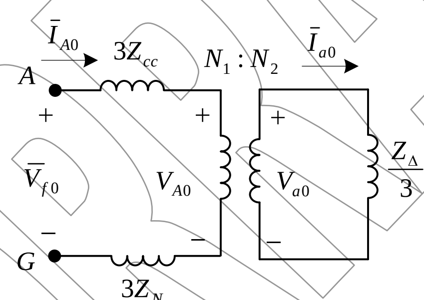
Figura 21. Modelo Equivalente por Fase en Secuencia Cero de una Transformador de Aterramiento Estrella Delta



$$Z_{unidad} = Z_{cc} + 3Z_n + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{Z_{\Delta}}{3} \qquad (52)$$

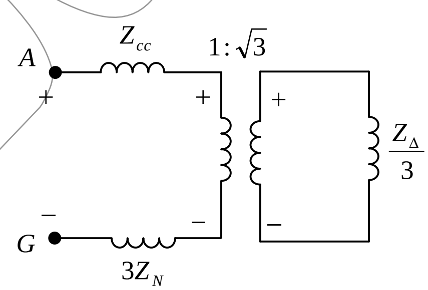
Refiriendo la impedancia de la Delta al lado de la Estrella.

Figura 22. Modelo Equivalente por Fase en Secuencia Cero de una Transformador de Aterramiento Estrella Delta



ara llevar las impedancias del circuito equivalente a valores por unidad, vasta con dividir dicha impedancia por la impedancia base del nivel en que se encuentra instalado el transformador de aterramiento.

Figura 3. Modelo Equivalente por Fase en Secuencia Cero de una Transformador de Aterramiento Estrella Delta

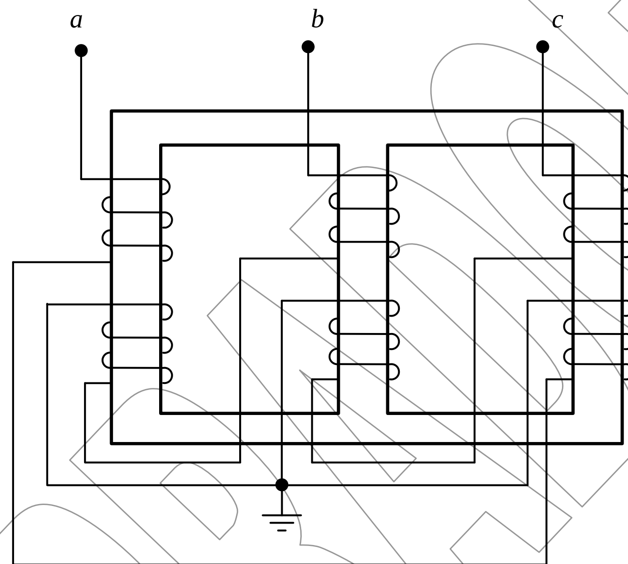


$$Z_{unidad}\left[p.u\right] = Z_{cc} + 3Z_n + \frac{Z_\Delta}{9} \qquad (52)$$

6.20.2. Transformadores Zig-Zag

Los transformadores en conexión Zig-Zag, se basa en tres unidades monofásicas de dos arrollados y que poseen una relación 1:1.

Figura 4. Transformador Zigzag



La conexión Zig-Zag, recibe su nombre de la peculiar forma de conectar los arrollados. Se conecta la bobina primaria de una unidad en serie con la secundaria de otra unidad y el resto de los bobinados se conectan de manera similar, estando conectados todos los arrollados en polaridad contraria.

- *Circuito Equivalente de Secuencia Positiva y Negativa*

En condiciones de operación balanceadas de secuencia positiva y negativa, no pueden circular corrientes por las bobinas del banco. Como el banco de transformadores de aterramiento es físicamente simétrico al aplicar a las líneas tensiones balanceadas (Ejemplo de secuencia positiva), deben circular corrientes estas tendrían que ser de secuencia positiva.

Por tanto se tendría que por la bobina primaria de uno de los transformadores circularía I_a y por la secundaria circula I_c. Como estas corrientes están desfasadas 120º una no podría compensar el flujo producido en el núcleo de la otra.

Por tanto, el circuito equivalente de secuencia positiva y negativa es un circuito abierto.

- *Circuito Equivalentes de Secuencia Cero*

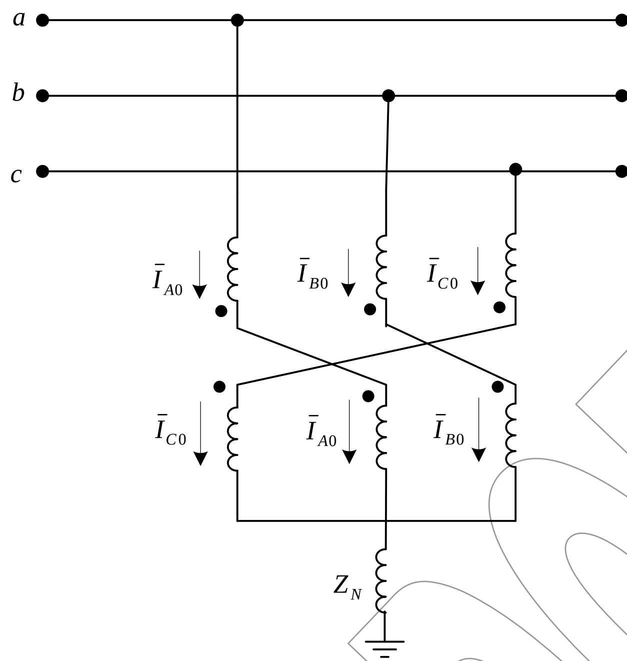
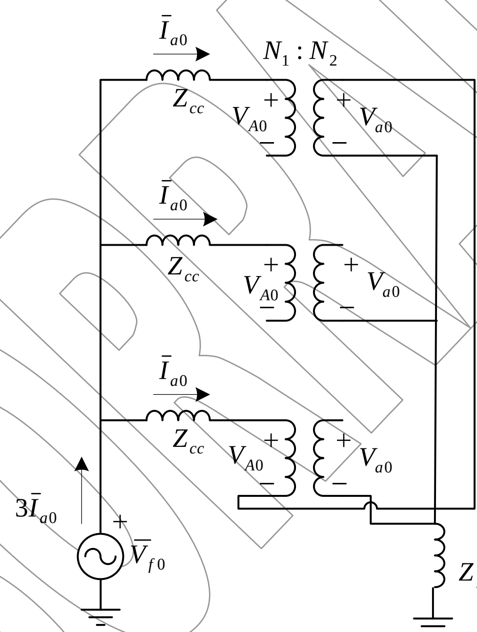


Figura 5. Circuito Equivalente de Secuencia Cero de un Transformador Tipo Zig - Zag



En situación de corrientes desbalanceadas del sistema circulan corrientes de secuencia cero. Tomando un camino cerrado que incluya a la fase "a" y la fuente se tiene:

$$V_{f0} = Z_{cc} I_{A0} + V_{x0} - V_{r0} + 3 I_{a0} Z_n \qquad (53)$$

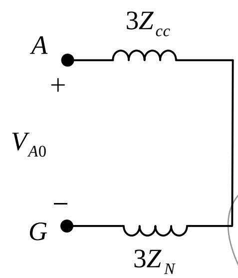
Por simetría se tiene :

$$V_{x0} = V_{r0} \qquad (54)$$

$$V_{f0} = Z_{cc} I_{A0} + 3 I_{a0} Z_n \tag{55}$$

El modelo del circuito equivalente en unidades es :

Figura 6. Modelo equivalente en Secuencia Cero del Transformador Zig-Zag



6.21 Redes de Secuencia de Cargas Equilibradas

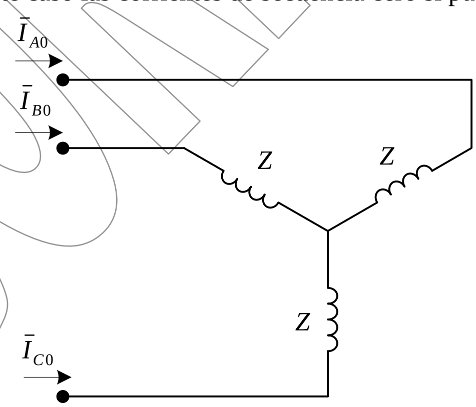
En los sistemas de potencia es común encontrar cargas del tipo pasivas, que son simuladas a través de impedancias. Si se considera que las cargas son lineales estáticas y simétricas, sus impedancias de secuencia son iguales ya que se conoce que la impedancia de los circuitos es independiente de la secuencia, es decir, es invariante ante el cambio del orden de las fases, a condición de que las tensiones aplicadas estén equilibradas.

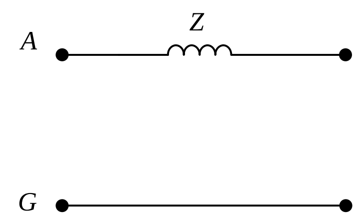
$$Z^+ = Z^-$$

Por tanto, las redes equivalentes para cargas estáticas en secuencia positiva y negativa son iguales, con la salvedad que la forma del modelo equivalente de secuencia cero depende de la forma de conexión de la impedancia.

6.21.1. Carga conectada en Estrella Sin conexión del Neutro a Tierra

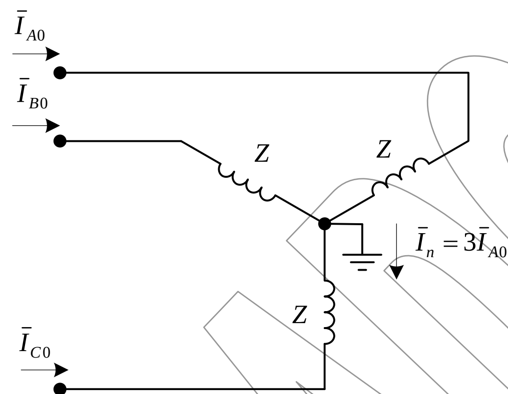
Cuando una carga se conecta en estrella con neutro aislado, la suma de las corrientes que van hacia el neutro es cero, por lo que las corrientes no poseen componentes de secuencia cero (no hay camino de retorno de secuencia cero por neutro); en este caso las corrientes de secuencia cero si pueden circular por las líneas.

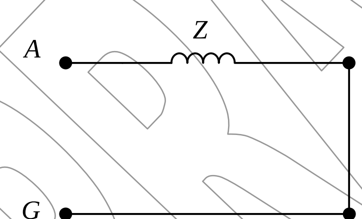




6.21.2. Carga conectada en Estrella con el neutro solidamente puesto a tierra

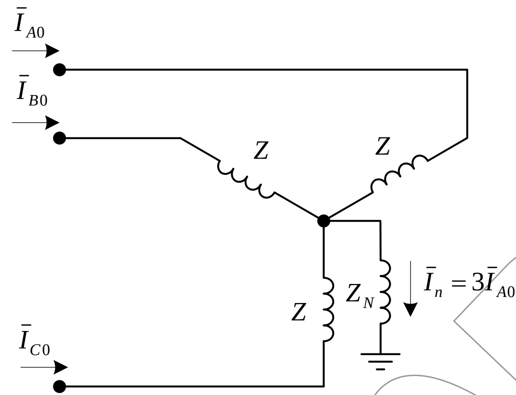
En el caso de la conexión estrella conectada sólidamente a tierra, las corrientes de secuencia cero pueden circular por las líneas.

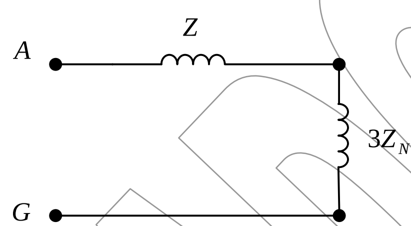




6.21.3. Carga conectada en Estrella y puesta a tierra a través de una impedancia

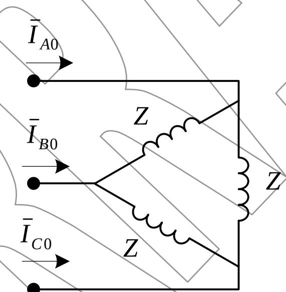
En la conexión estrella cuyo neutro se encuentra conectado a tierra a través una impedancia, las corrientes de secuencia cero, pueden fluir hacia tierra, a través de la impedancia del neutro.

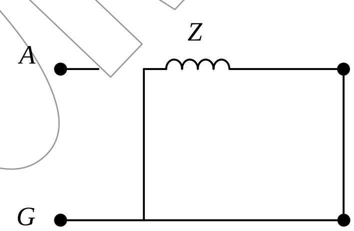




6.21.4. Carga conectada en Delta

Una carga conectada en delta no dispone de un camino de retorno, presentando una impedancia infinita a las corrientes de secuencia cero.





6.21.5. Redes de Secuencia de Líneas de Transmisión

En la obtención de las ecuaciones para la inductancia y la capacitancia de las líneas de transmisión se supuso que son transpuestas y que por ellas circulan solo corrientes trifásicas equilibradas, con lo que no se especifica el orden o secuencia de fases; de tal hecho se desprende la invariabilidad de la impedancia de las líneas de transmisión ante secuencia positiva o negativa.

Cuando por las líneas de transmisión circulan solo corrientes de secuencia cero, estas son idénticas en todas las fases y retornan por tierra o por el cable de guarda.

La circulación de las corrientes de secuencia cero, origina un campo magnético muy diferente al debido a la circulación de corrientes de secuencia positiva o negativa, originando que la reactancia de secuencia cero sea de 2 a 3.5 veces la de secuencia positiva. En el caso de las líneas de doble circuito y líneas sin cable de guarda los valores pueden ser mayores.